10.趣味思考题:请通过编程求解如下孙膑和庞涓问题.

庞涓拿到两个整数(这两个整数均在2~99之间)之和,孙膑拿到这两个整数之积.

下面是一段有趣的对话.

庞涓说:我不知道这两个整数是多少,但我肯定你也不知道.

孙膑说:我本来不知道这两个整数是多少.但既然你这么说了,那我现在知道了.

庞涓说:哦,那我也知道了.

要求求出所有可能的结果,包括这两个整数、这两个整数之和以及这两个整数之积。

答; 解题思路1： 假设数为X,Y;和为X+Y=A,积为X\*Y=B. 根据庞第一次所说的：“我肯定你也不知道这两个数是什么”。由此知道，X+Y不是两个[素数](http://wenwen.soso.com/z/Search.e?sp=S%E7%B4%A0%E6%95%B0&ch=w.search.yjjlink&cid=w.search.yjjlink)之和。那么A的可能11,17,23,27,29,35,37,41,47,51,53,57,59,65,67,71,77,79,83,87,89,95,97. 我们再计算一下B的可能值： 和是11能得到的积:18,24,28,30 和是17能得到的积:30,42,52,60,66,70,72 和是23能得到的积:42,60 和是27能得到的积:50,72 和是29能得到的积: 和是35能得到的积:66 和是37能得到的积:70 我们可以得出可能的B为，当然了，有些数（30=5\*6=2\*15）出现不止一次。 这时候，孙依据自己的数比较计算后，“我现在能够确定这两个数字了。” 我们依据这句话，和我们算出来的B的集合，我们又可以把计算出来的B的集合删除一些重复数。 和是11能得到的积:18,24,28 和是17能得到的积:52 和是23能得到的积:42,76 和是27能得到的积:50,92 和是29能得到的积:54,78 和是35能得到的积:96,124 和是37能得到的积:, 因为庞说：“既然你这么说，我现在也知道这两个数字是什么了。”那么由和得出的积也必须是唯一的，由上面知道只有一行是剩下一个数的，那就是和17积52。那么X和Y分别是4和13。 解题思路2： 说话依次编号为S1，P1，S2。 设这两个数为x，y，和为s，积为p。 由S1，P不知道这两个数，所以s不可能是两个[质数](http://wenwen.soso.com/z/Search.e?sp=S%E8%B4%A8%E6%95%B0&ch=w.search.yjjlink&cid=w.search.yjjlink)相加得来的，而且s＜＝41，因为如果s＞41，那么P拿到41×（s－41）必定可以猜出s了（关于这一点，参考老马的证明，这一点很巧妙，可以省不少事情）。所以和s为{11，17，23，27，29，35，37，41}之一，设这个集合为A。 1).假设和是11。11＝2＋9＝3＋8＝4＋7＝5＋6，如果P拿到18，18＝3×6＝2×9，只有2＋9落在集合A中，所以P可以说出P1，但是这时候S能不能说出S2呢？我们来看，如果P拿到24，24＝6×4＝3×8＝2×12，P同样可以说P1，因为至少有两种情况P都可以说出P1，所以A就无法断言S2，所以和不是11。 2).假设和是17。17＝2＋15＝3＋14＝4＋13＝5＋12＝6＋11＝7＋10＝8＋9，很明显，由于P拿到4×13可以断言P1，而其他情况，P都无法断言P1，所以和是17。 3).假设和是23。23＝2＋21＝3＋20＝4＋19＝5＋18＝6＋17＝7＋＝8＋15＝9＋14＝10＋13＝11＋12，咱们先考虑含有2的n次幂或者含有大质数的那些组，如果P拿到4×19或7×都可以断言P1，所以和不是23。 4).假设和是27。如果P拿到8×19或4×23都可以断言P1，所以和不是27。 5).假设和是29。如果P拿到13×或7×22都可以断言P1，所以和不是29。 6).假设和是35。如果P拿到×19或4×31都可以断言P1，所以和不是35。 7).假设和是37。如果P拿到8×29或11×26都可以断言P1，所以和不是37。 8).假设和是41。如果B拿到4×37或8×33，都可以断言P1，所以和不是41。 综上所述：这两个数是4和13。